



MODELOS DE REGRESSÃO LOGÍSTICA



ANÁLISIS DE REGRESIÓN LOGÍSTICA



LOGISTIC REGRESSION MODELS

2



MODELOS DE REGRESSÃO LOGÍSTICA



ANÁLISIS DE REGRESIÓN LOGÍSTICA



LOGISTIC REGRESSION MODELS

Prof. Edson Zangiacomi Martinez

Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto

Universidade de São Paulo (USP)

Ribeirão Preto, Brasil

edson@fmrp.usp.br



MODELOS DE REGRESSÃO LOGÍSTICA



ANÁLISIS DE REGRESIÓN LOGÍSTICA



LOGISTIC REGRESSION MODELS

A responsabilidade pela idoneidade, originalidade e licitude dos conteúdos didáticos apresentados é do professor.

Proibida a reprodução, total ou parcial, sem autorização. Lei nº 9610/98



REFERÊNCIA



REFERENCIA



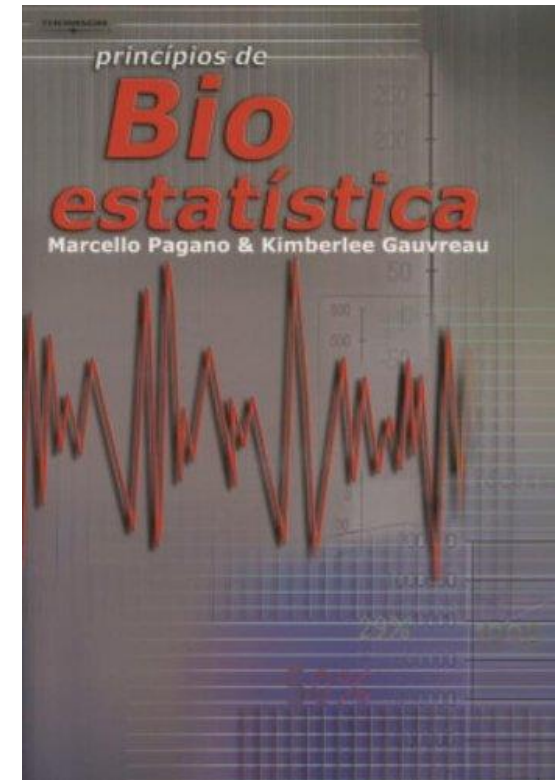
REFERENCE

Capítulo 20 – “Regressão Logística” do livro:

Pagano M, Gauvreau K

Princípios de Bioestatística

São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2004.





REFERÊNCIA

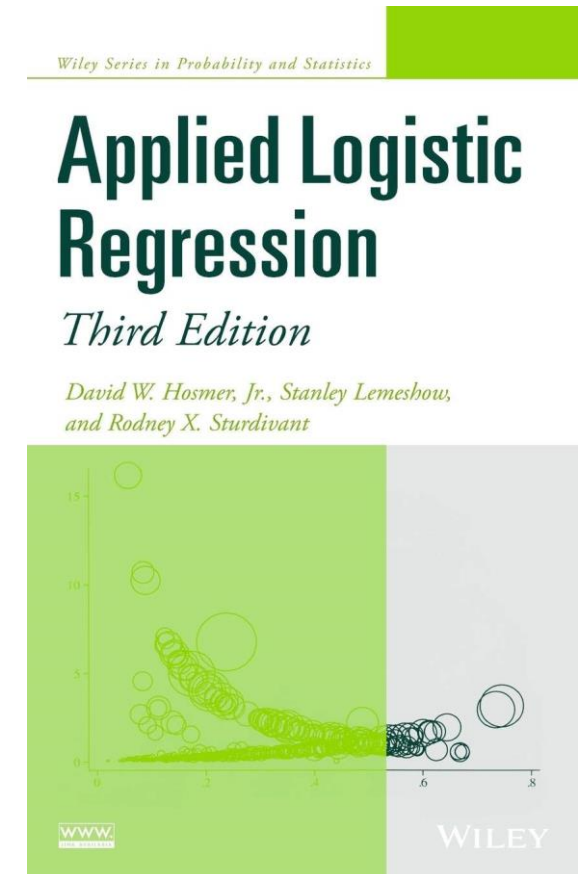


REFERENCIA



REFERENCE

Jr. Hosmer DW, Lemeshow S, Sturdivant RX
Applied Logistic Regression
Third Edition
John Wiley & Sons, 2013.





MODELOS DE REGRESSÃO LOGÍSTICA



ANÁLISIS DE REGRESIÓN LOGÍSTICA



LOGISTIC REGRESSION MODELS

Regressão logística simples

Relaciona uma variável independente a uma variável dependente qualitativa.

Regressão logística múltipla

Relaciona, simultaneamente, mais de uma variável independente a uma variável dependente qualitativa.



EXEMPLO – HOSMER ET AL. (2013)



EJEMPLO – HOSMER ET AL. (2013)



EXAMPLE – HOSMER ET AL. (2013)

NAME: LOW BIRTH WEIGHT DATA (LOWBWT.DAT)

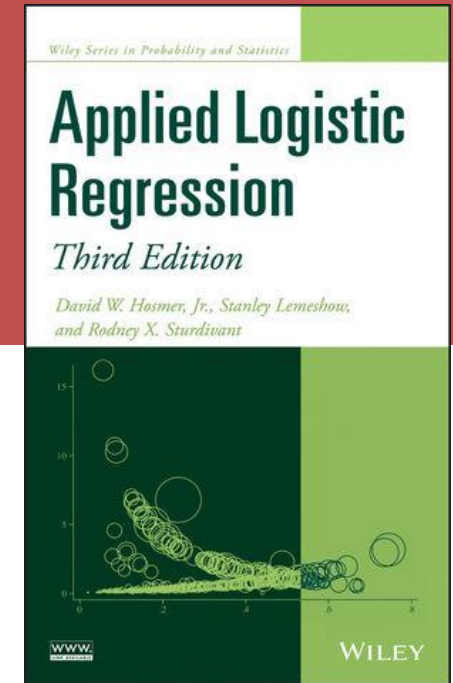
KEYWORDS: Logistic Regression

SIZE: 189 observations, 11 variables

SOURCE: Hosmer, D.W., Lemeshow, S. and Sturdivant, R.X. (2013)

Applied Logistic Regression: Third Edition.

These data are copyrighted by John Wiley & Sons Inc. and must be acknowledged and used accordingly. Data were collected at Baystate Medical Center, Springfield, Massachusetts during 1986.





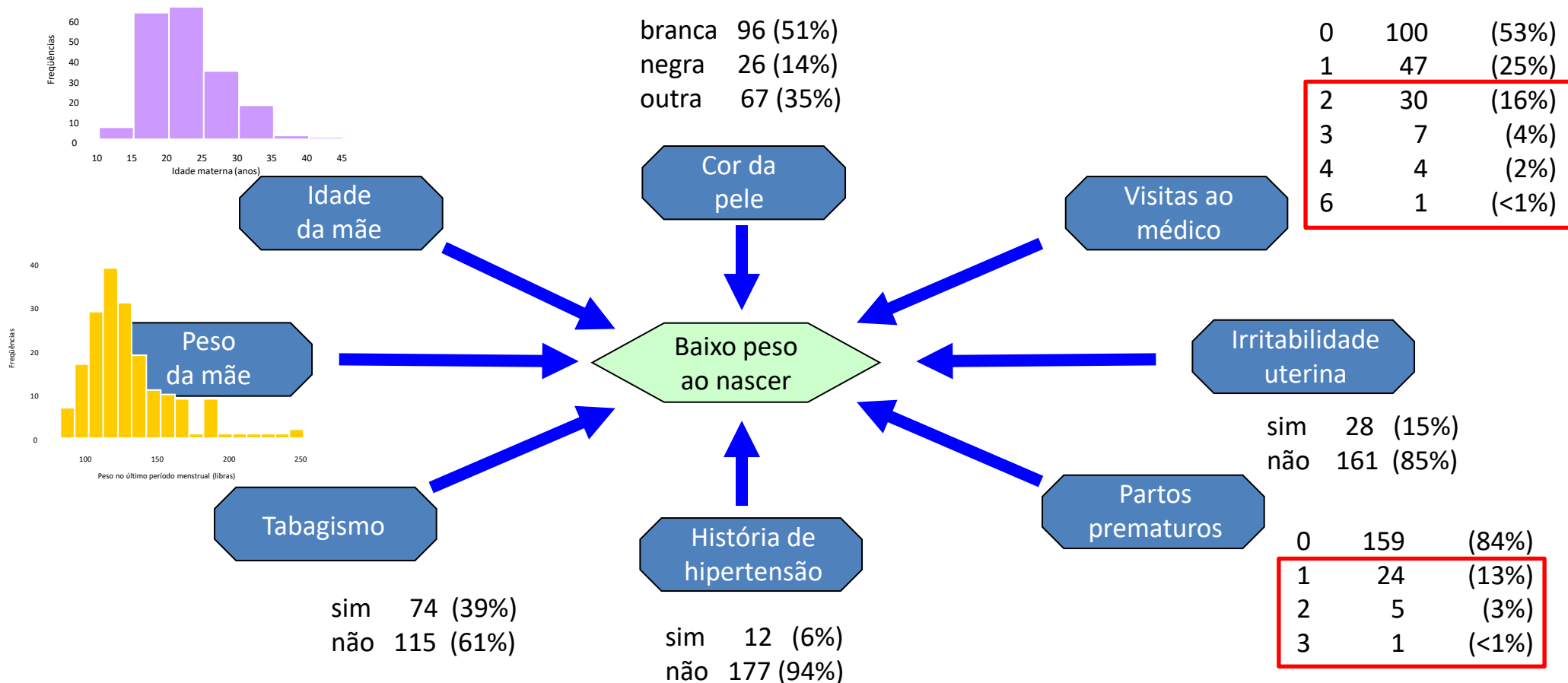
VARIÁVEIS INDEPENDENTES



VARIABLES INDEPENDIENTES



INDEPENDENT VARIABLES





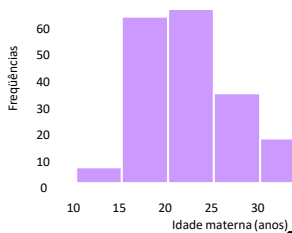
VARIÁVEIS INDEPENDENTES



VARIABLES INDEPENDIENTES



INDEPENDENT VARIABLES



```
> table(w$PTL) # partos prematuros
```

```
0    1    2    3
159  24    5    1
```

```
> table(w$FTV) # visitas ao médico
```

```
0    1    2    3    4    6
100  47  30    7    4    1
```

```
> w$PTL.c <- w$PTL
> w$PTL.c[w$PTL>1] <- 1
> w$FTV.c <- w$FTV
> w$FTV.c[w$FTV>2] <- 2
> table(w$PTL.c)
```

```
0    1
159  30
```

```
> table(w$FTV.c)
```

```
0    1    2
100  47  42
```

0	100	(53%)
1	47	(25%)
2 ou +	42	(22%)

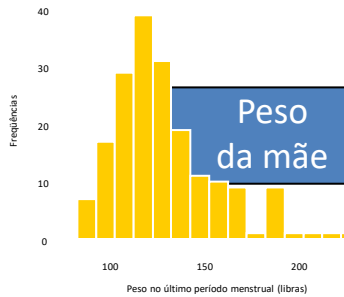
Visitas ao
médico

Irritabilidade
uterina

sim	28	(15%)
não	161	(85%)

Partos
prematuros

não	159	(84%)
sim	30	(16%)



Peso
da mãe



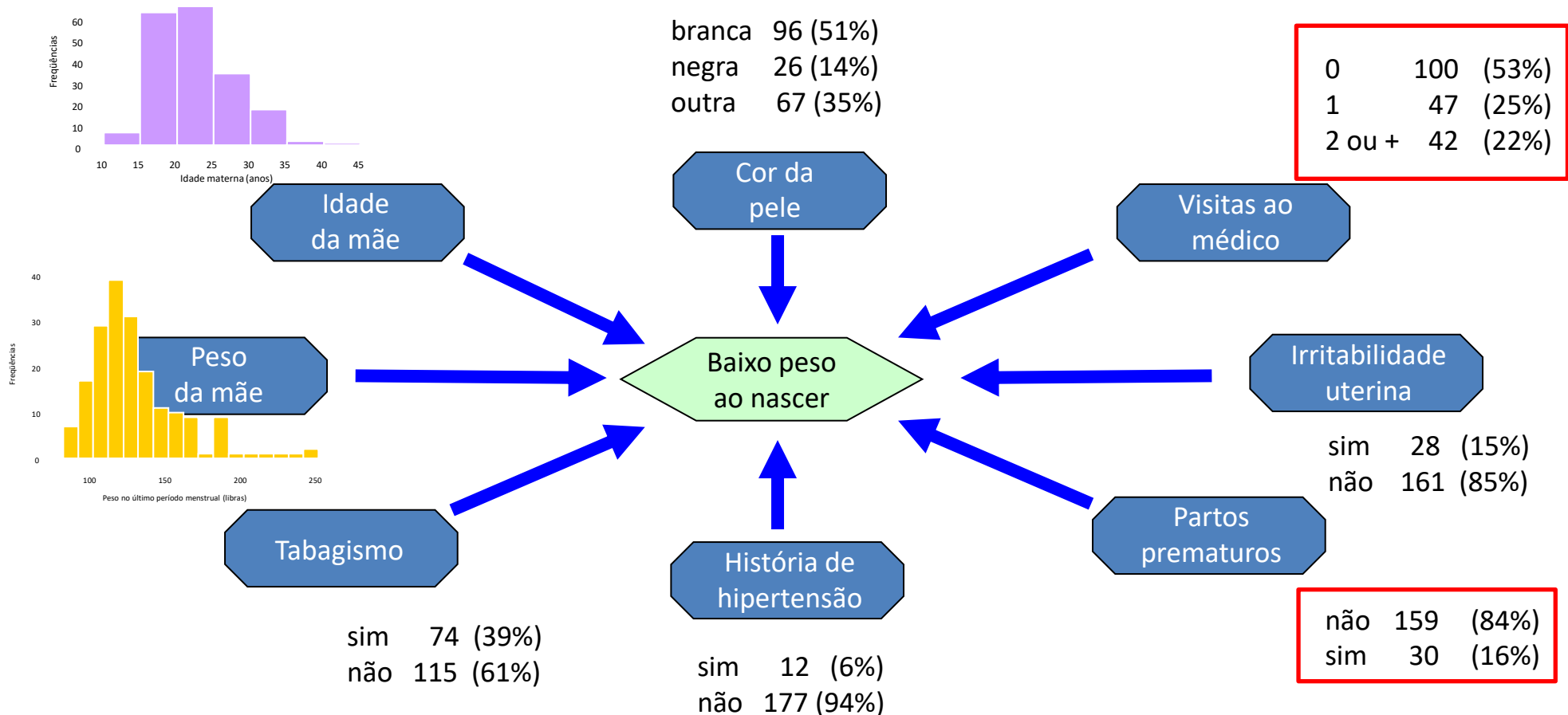
VARIÁVEIS INDEPENDENTES



VARIABLES INDEPENDIENTES



INDEPENDENT VARIABLES





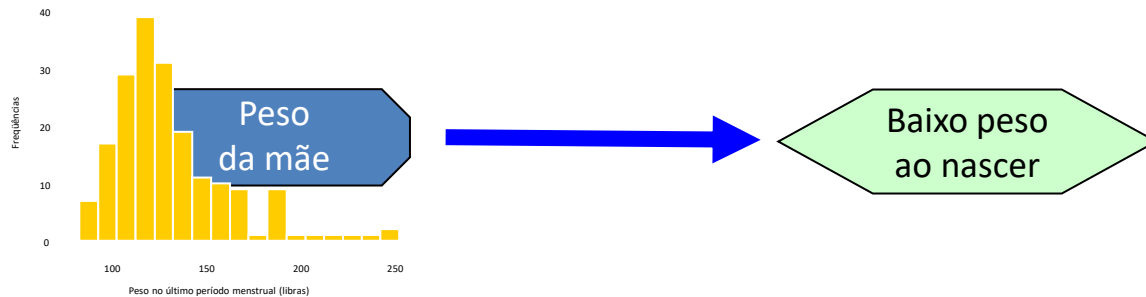
VARIÁVEIS INDEPENDENTES



VARIABLES INDEPENDIENTES



INDEPENDENT VARIABLES



Peso da mãe	<i>n</i>	%
Até 50 kg	53	22,2
50 - 55	43	17,5
55 - 65	49	33,9
Mais de 65 kg	44	26,5

```
> w$LWTKG.c <- cut(w$LWTKG,breaks=c(30,50,55,65,120))
```

```
> table(w$LWTKG.c)
```

```
(30,50] (50,55] (55,65] (65,120]
    53      43      49      44
```

```
> round(100*prop.table(table(w$LWTKG.c)),1)
```

```
(30,50] (50,55] (55,65] (65,120]
    28.0    22.8    25.9    23.3
```



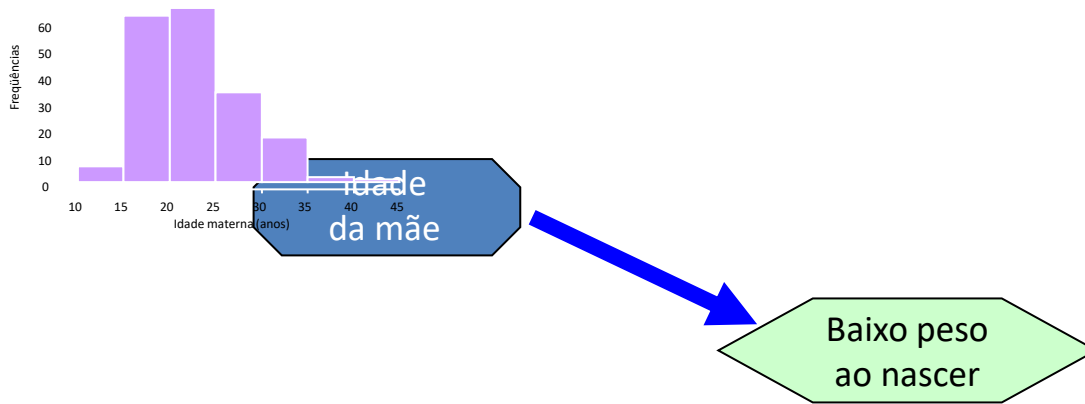
VARIÁVEIS INDEPENDENTES



VARIABLES INDEPENDIENTES



INDEPENDENT VARIABLES



Idade da mãe	<i>n</i>	%
Até 19 anos	51	27,0
20 a 25 anos	84	44,4
26 a 30 anos	34	18,0
Mais de 30 anos	20	10,6

```
> AGE.c <- cut(w$AGE, breaks=c(10,19,25,30,50))
```

```
> table(w$AGE.c)
```

```
(10,19] (19,25] (25,30] (30,50]
    51      84      34      20
```

```
> round(100*prop.table(table(w$AGE.c)),1)
```

```
(10,19] (19,25] (25,30] (30,50]
  27.0   44.4   18.0   10.6
```



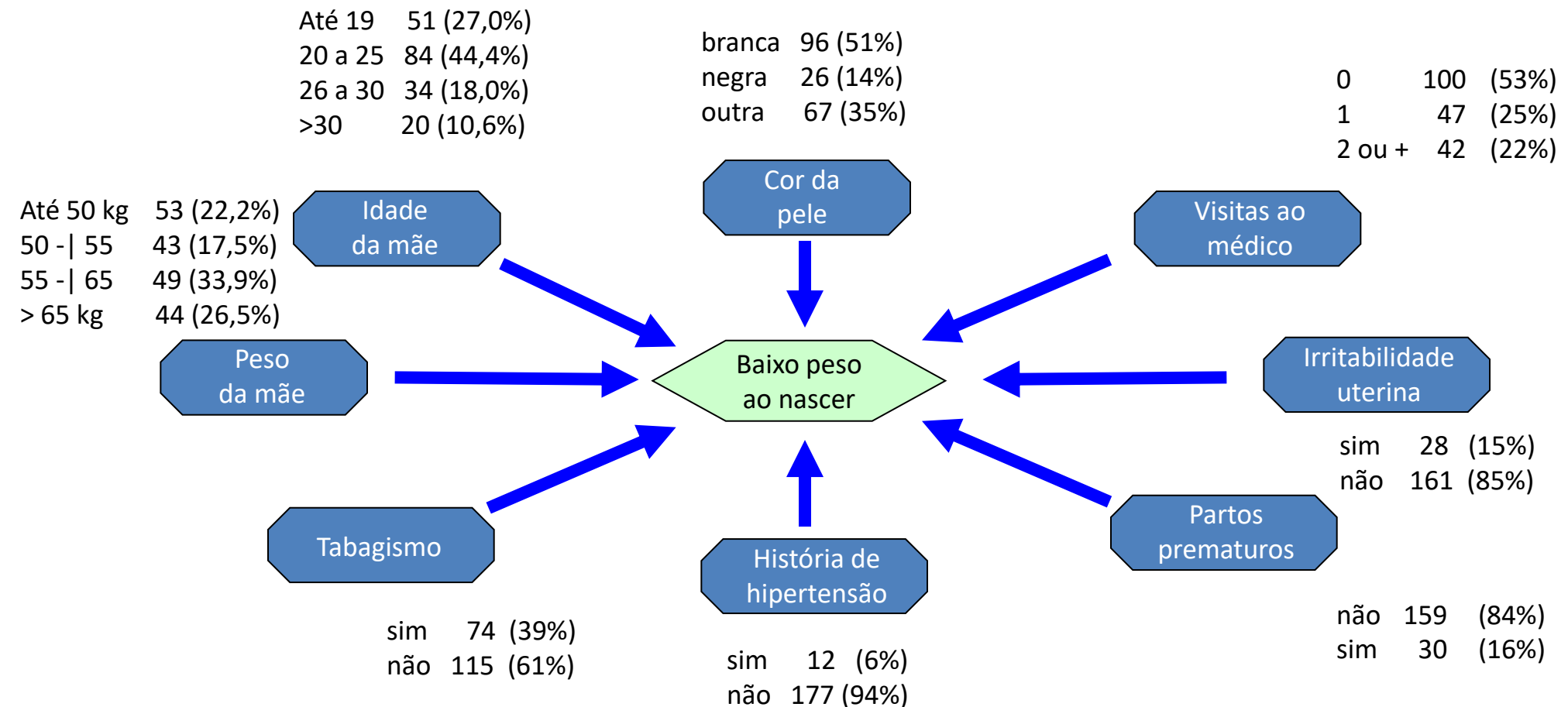

VARIÁVEIS INDEPENDENTES



VARIABLES INDEPENDIENTES



INDEPENDENT VARIABLES





PESO NO ÚLTIMO PERÍODO MENSTRUAL

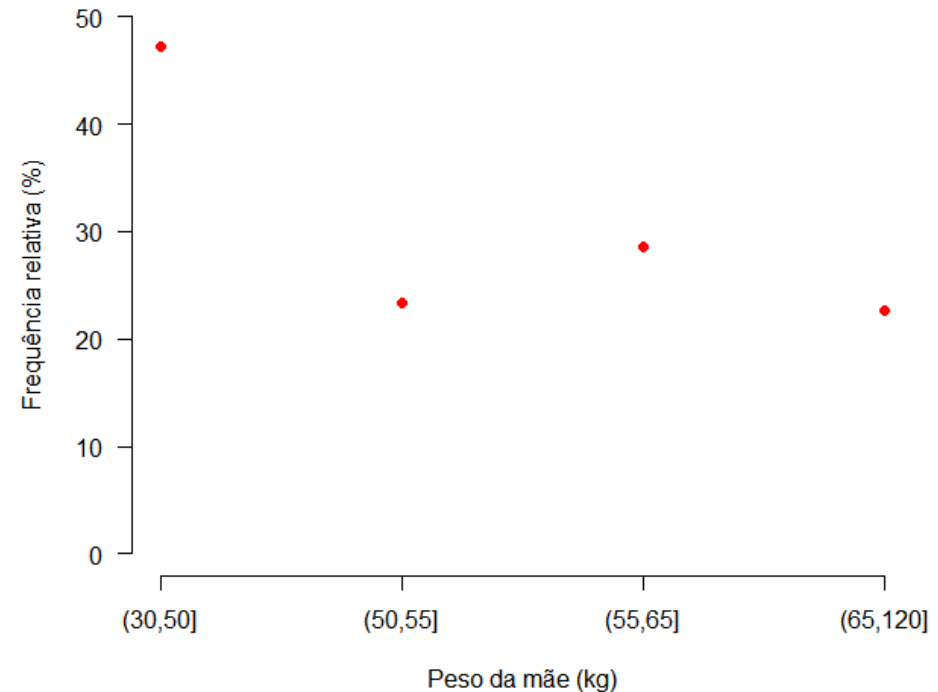


PESO EN EL ÚLTIMO PERÍODO MENSTRUAL



WEIGHT AT THE LAST MENSTRUAL PERIOD

Peso da mãe	<i>n</i>	%	<i>Baixo peso ao nascer n (%)</i>
Até 50 kg	53	22,2	25 (47,2%)
50 - 55	43	17,5	10 (23,3%)
55 - 65	49	33,9	14 (28,6%)
Mais de 65 kg	44	26,5	10 (22,7%)





PESO NO ÚLTIMO PERÍODO MENSTRUAL



PESO EN EL ÚLTIMO PERÍODO MENSTRUAL



WEIGHT AT THE LAST MENSTRUAL PERIOD

Peso da mãe	Total	Baixo peso ao nascer n (%)	OR (IC 95%)
Até 50 kg	53	25 (47,2%)	
50 - 55	43	10 (23,3%)	
55 - 65	49	14 (28,6%)	
Mais de 65 kg	44	10 (22,7%)	Referência

Variáveis indicadoras:

	X_1	X_2	X_3
Mais de 65	0	0	0
55 - 65	1	0	0
50 - 55	0	1	0
Até 50	0	0	1



PESO NO ÚLTIMO PERÍODO MENSTRUAL



PESO EN EL ÚLTIMO PERÍODO MENSTRUAL



WEIGHT AT THE LAST MENSTRUAL PERIOD

Peso da mãe	Total	Baixo peso ao nascer n (%)	OR (IC 95%)
Até 50 kg	53	25 (47,2%)	
50 - 55	43	10 (23,3%)	
55 - 65	49	14 (28,6%)	
Mais de 65 kg	44	10 (22,7%)	Referência

$$P(Y = 1|X_1 = x_1, X_2 = x_2, X_3 = x_3) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3)}$$



PESO NO ÚLTIMO PERÍODO MENSTRUAL



PESO EN EL ÚLTIMO PERÍODO MENSTRUAL



WEIGHT AT THE LAST MENSTRUAL PERIOD

```
> # Regressão logística simples
> # Peso da mãe (categorizado) como variável independente
> model <- glm(y ~ relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]"), family=binomial(link='logit'), data=w)
> summary(model)
```

```
Call:
glm(formula = y ~ relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]"), family = binomial(link = "logit"),
    data = w)
```

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	
(Intercept)	-1.22378	0.35974	-3.402	0.000669	***
relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]") (30,50]	1.11045	0.45291	2.452	0.014214	*
relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]") (50,55]	0.02985	0.50962	0.059	0.953288	
relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]") (55,65]	0.30748	0.47897	0.642	0.520891	

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)

```
Null deviance: 234.67  on 188  degrees of freedom
Residual deviance: 225.74  on 185  degrees of freedom
AIC: 233.74
```

```
Number of Fisher Scoring iterations: 4
```





PESO NO ÚLTIMO PERÍODO MENSTRUAL



PESO EN EL ÚLTIMO PERÍODO MENSTRUAL



WEIGHT AT THE LAST MENSTRUAL PERIOD

```
> exp(cbind(OR = coef(model), confint(model)))
```

```
Waiting for profiling to be done...
```

	OR	2.5 %	97.5 %
(Intercept)	0.2941176	0.1376950	0.5732701
relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]") (30,50]	3.0357143	1.2773243	7.6308643
relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]") (50,55]	1.0303030	0.3757700	2.8256358
relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]") (55,65]	1.3600000	0.5351722	3.5536114





PESO NO ÚLTIMO PERÍODO MENSTRUAL



PESO EN EL ÚLTIMO PERÍODO MENSTRUAL



WEIGHT AT THE LAST MENSTRUAL PERIOD

Peso da mãe	Total	Baixo peso ao nascer n (%)	OR (IC 95%)
Até 50 kg	53	25 (47,2%)	3,03 (1,27; 7,63)
50 - 55	43	10 (23,3%)	1,03 (0,37; 2,83)
55 - 65	49	14 (28,6%)	1,36 (0,53; 3,55)
Mais de 65 kg	44	10 (22,7%)	Referência



ODDS RATIO BRUTO



RAZÓN DE MOMIOS CRUDA

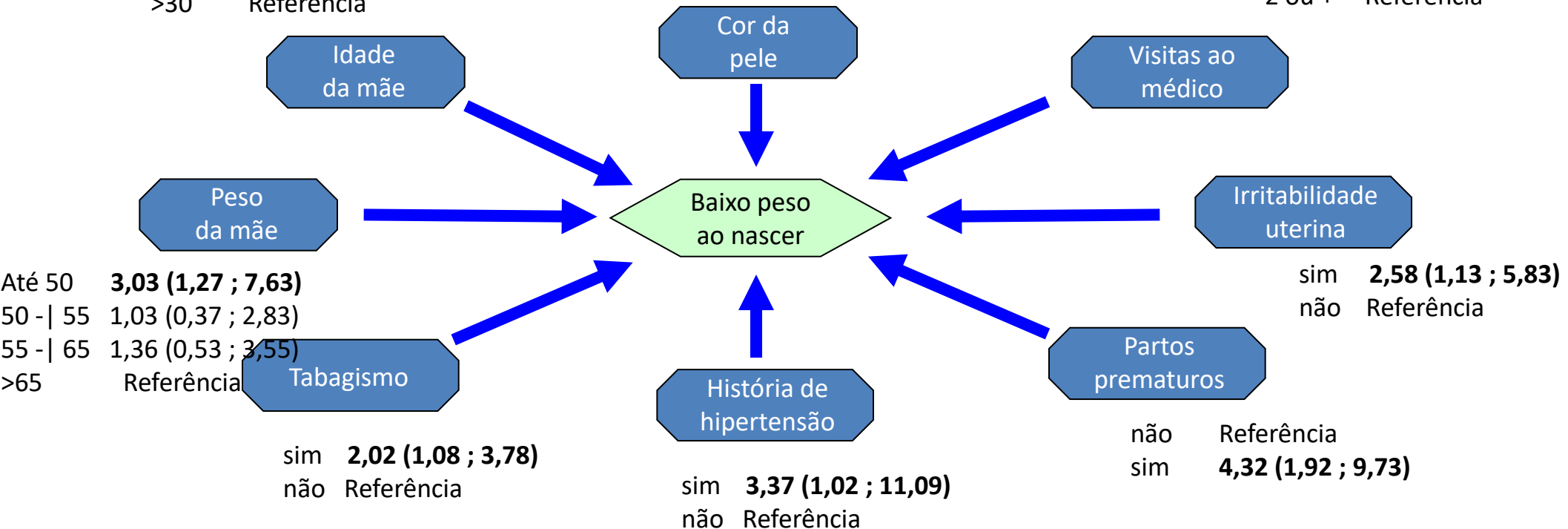


CRUDE ODDS RATIO

Até 19 2,36 (0,66 ; 11,17)
 20 a 25 **3,31 (1,01 ; 15,00)**
 26 a 30 3,19 (0,61 ; 11,71)
 >30 Referência

branca Referência
 negra 2,33 (0,93 ; 5,77)
 outra 1,89 (0,95 ; 3,74)

0 1,41 (0,64 , 3,08)
 1 0,76 (0,29 ; 1,98)
 2 ou + Referência





REGRESSÃO LOGÍSTICA MÚLTIPLA



MODELO DE REGRESIÓN LOGÍSTICA MÚLTIPLE



MULTIPLE LOGISTIC REGRESSION MODEL

Sejam k variáveis independentes.

$$P(Y = 1|X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_k = x_k) = \theta(x_1, x_2, \dots, x_k)$$

$$= \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k)}$$



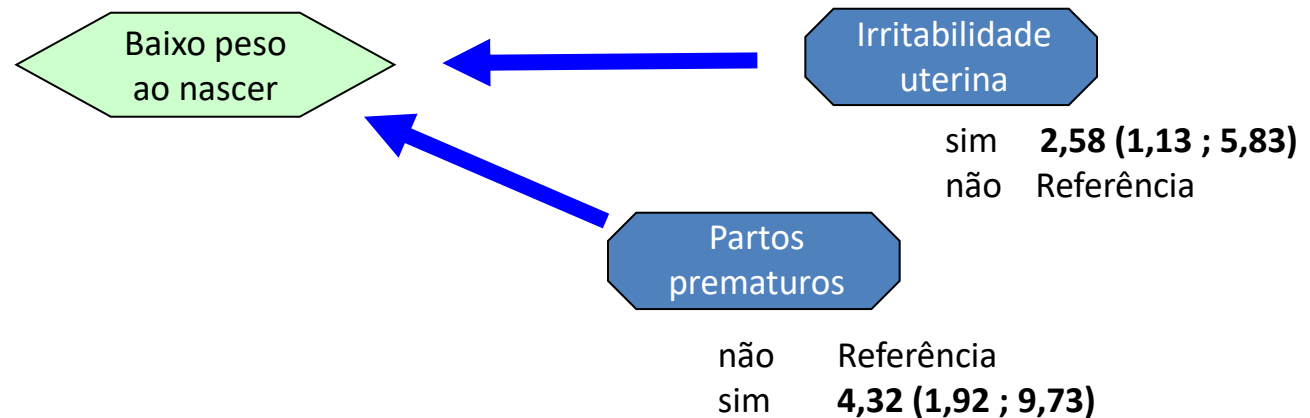
ODDS RATIO BRUTO



RAZÓN DE MOMIOS CRUDA



CRUDE ODDS RATIO





REGRESSÃO LOGÍSTICA MÚLTIPLA



MODELO DE REGRESIÓN LOGÍSTICA MÚLTIPLE



MULTIPLE LOGISTIC REGRESSION MODEL

Sejam $k = 2$ variáveis independentes.

$$P(Y = 1 | X_1 = x_1, X_2 = x_2) = \theta(x_1, x_2) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2)}$$

X_1 : Irritabilidade uterina

Não: $x_1 = 0$

Sim: $x_1 = 1$

X_2 : Partos prematuros

Não: $x_2 = 0$

Sim: $x_2 = 1$



REGRESSÃO LOGÍSTICA MÚLTIPLA



MODELO DE REGRESIÓN LOGÍSTICA MÚLTIPLE



MULTIPLE LOGISTIC REGRESSION MODEL

```
> # Regressão logística múltipla
> # Irritabilidde uterina e história de partos prematuros como variáveis independentes
> model <- glm(y ~ UI + PTL.c, family=binomial(link='logit'), data=w)
> summary(model)
```

```
Call:
glm(formula = y ~ UI + PTL.c, family = binomial(link = "logit"), data = w)
```

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
(Intercept)	-1.1580	0.1942	-5.962	2.5e-09 ***
UI	0.7383	0.4382	1.685	0.09206 .
PTL.c	1.3558	0.4219	3.214	0.00131 **

```
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)

```
Null deviance: 234.67  on 188  degrees of freedom
Residual deviance: 219.12  on 186  degrees of freedom
AIC: 225.12
```

Number of Fisher Scoring iterations: 4

```
> exp(cbind(OR = coef(model), confint(model)))
Waiting for profiling to be done...
```

	OR	2.5 %	97.5 %
(Intercept)	0.3141198	0.2117861	0.4545757
UI	2.0923395	0.8757125	4.9486837
PTL.c	3.8798743	1.7097242	9.0514117





ODDS RATIO BRUTO E AJUSTADO



RAZÓN DE MOMIOS CRUDA Y AJUSTADA



CRUDE AND ADJUSTED ODDS RATIO

	<i>Total</i>	<i>Baixo peso ao nascer n (%)</i>	<i>OR bruto (IC 95%)</i>	<i>OR ajustado (IC 95%)</i>
Irritabilidade uterina				
não	161	45 (28,0%)	Referência	Referência
sim	28	14 (50,0%)	2,58 (1,13 ; 5,83)	2,09 (0,87 ; 4,95)
Partos prematuros				
não	159	41 (25,8%)	Referência	Referência
sim	30	18 (60,0%)	4,32 (1,92 ; 9,73)	3,88 (1,70 ; 9,05)



HIPÓTESE



HIPÓTESIS



HYPOTHESIS

Am J Obstet Gynecol. 1995 Jan;172(1 Pt 1):138-42.

The irritable uterus: a risk factor for preterm birth?

Roberts WE¹, Perry KG Jr, Naef RW 3rd, Washburne JF, Morrison JC.

+ Author information

Abstract

OBJECTIVE: Our aim was to determine the incidence and preterm delivery rate along with the indication for delivery in patients with uterine irritability.

STUDY POPULATION: In this retrospective, descriptive study, 17,186 patients with well-defined high-risk factors were compared with 2637 women with uterine irritability.

RESULTS: The incidence of preterm labor in patients with uterine irritability was 18.7%, significantly less than in those with other high-risk factors (odds ratio 0.35, $0.31 < \text{odds ratio} < 0.38$). However, women with uterine irritability who experience preterm labor, compared with other high-risk factors, are much more likely to deliver before 34 weeks' gestation (odds ratio 2.50, $2.07 < \text{odds ratio} < 3.03$) and more than twice as likely to deliver as a result of advanced preterm labor or membrane rupture (odds ratio 2.20, $1.75 < \text{odds ratio} < 2.78$).

CONCLUSIONS: The incidence of preterm labor in women with uterine irritability is not as frequent as in patients with other high-risk factors. However, preterm labor does occur in patients with uterine irritability at a rate higher than that in the general obstetric population (18.7% vs 11.0%). Because it appears that women with uterine irritability have more resistance to conventional tocolytic therapy, this condition should prompt the physician to use more aggressive perinatal assessment.



HIPÓTESE



HIPÓTESIS



HYPOTHESIS

		Total	Partos prematuros <i>n</i> (%)
Irritabilidade uterina	sim	28	9 (32,1%)
	não	161	21 (13,0%)



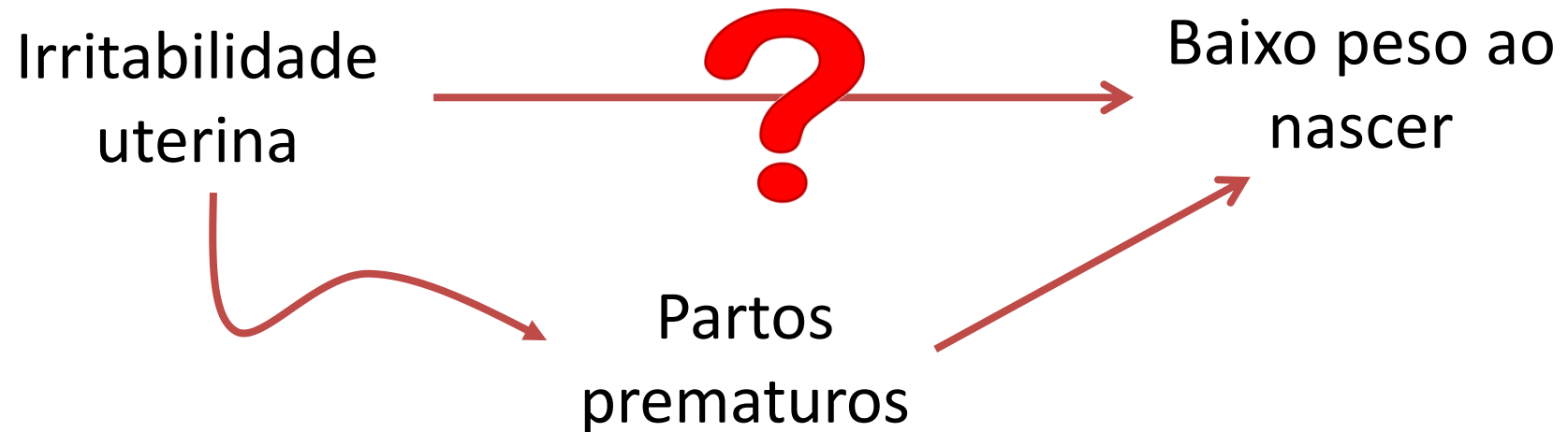
HIPÓTESE



HIPÓTESIS



HYPOTHESIS





MODELO COM TODAS AS VARIÁVEIS



MODELO CON TODAS LAS VARIABLES



MODEL WITH ALL VARIABLES



```
> # Modelo com todas as variáveis
> model <- glm(y ~ relevel(AGE.c, ref = "(30,50]") + relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]"))
+          + factor(RACE) + SMOKE + UI + PTL.c + factor(FTV.c) +
HT,family=binomial(link='logit'),data=w)
> summary(model)
```

Call:

```
glm(formula = y ~ relevel(AGE.c, ref = "(30,50]") + relevel(LWTKG.c,
  ref = "(65,120]") + factor(RACE) + SMOKE + UI + PTL.c + factor(FTV.c) +
  HT, family = binomial(link = "logit"), data = w)
```

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	
(Intercept)	-3.3660	0.9472	-3.554	0.00038	***
relevel(AGE.c, ref = "(30,50]") (10,19]	0.7226	0.8065	0.896	0.37026	
relevel(AGE.c, ref = "(30,50]") (19,25]	1.0362	0.7569	1.369	0.17099	
relevel(AGE.c, ref = "(30,50]") (25,30]	0.9234	0.8328	1.109	0.26750	
relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]") (30,50]	1.1190	0.5568	2.010	0.04446	*
relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]") (50,55]	0.1560	0.5845	0.267	0.78949	
relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]") (55,65]	0.4962	0.5533	0.897	0.36983	
...					



MODELO COM TODAS AS VARIÁVEIS



MODELO CON TODAS LAS VARIABLES



MODEL WITH ALL VARIABLES



	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	
(Intercept)	-3.3660	0.9472	-3.554	0.00038	***
relevel(AGE.c, ref = "(30,50]") (10,19]	0.7226	0.8065	0.896	0.37026	
relevel(AGE.c, ref = "(30,50]") (19,25]	1.0362	0.7569	1.369	0.17099	
relevel(AGE.c, ref = "(30,50]") (25,30]	0.9234	0.8328	1.109	0.26750	
relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]") (30,50]	1.1190	0.5568	2.010	0.04446	*
relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]") (50,55]	0.1560	0.5845	0.267	0.78949	
relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]") (55,65]	0.4962	0.5533	0.897	0.36983	
factor(RACE) 2	1.1971	0.5340	2.242	0.02498	*
factor(RACE) 3	0.7467	0.4677	1.597	0.11034	
SMOKE	0.8086	0.4256	1.900	0.05747	.
UI	0.6791	0.4706	1.443	0.14903	
PTL.c	1.2178	0.4824	2.525	0.01158	*
factor(FTV.c) 1	-0.3882	0.4852	-0.800	0.42369	
factor(FTV.c) 2	0.1741	0.4658	0.374	0.70859	
HT	1.5751	0.6906	2.281	0.02256	*

 Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)

Null deviance: 234.67 on 188 degrees of freedom

Residual deviance: 194.28 on 174 degrees of freedom

AIC: 224.28



MODELO COM TODAS AS VARIÁVEIS



MODELO CON TODAS LAS VARIABLES



MODEL WITH ALL VARIABLES



```
> round(exp(cbind(OR = coef(model), confint(model))), 2)
```

```
Waiting for profiling to be done...
```

	OR	2.5 %	97.5 %
(Intercept)	0.03	0.00	0.19
relevel(AGE.c, ref = "(30,50]") (10,19]	2.06	0.46	11.66
relevel(AGE.c, ref = "(30,50]") (19,25]	2.82	0.70	14.76
relevel(AGE.c, ref = "(30,50]") (25,30]	2.52	0.53	14.90
relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]") (30,50]	3.06	1.06	9.53
relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]") (50,55]	1.17	0.37	3.75
relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]") (55,65]	1.64	0.57	5.04
factor(RACE) 2	3.31	1.16	9.58
factor(RACE) 3	2.11	0.85	5.38
SMOKE	2.24	0.98	5.27
UI	1.97	0.78	4.98
PTL.c	3.38	1.33	8.96
factor(FTV.c) 1	0.68	0.25	1.72
factor(FTV.c) 2	1.19	0.47	2.96
HT	4.83	1.27	19.96



DISTÂNCIA DE COOK



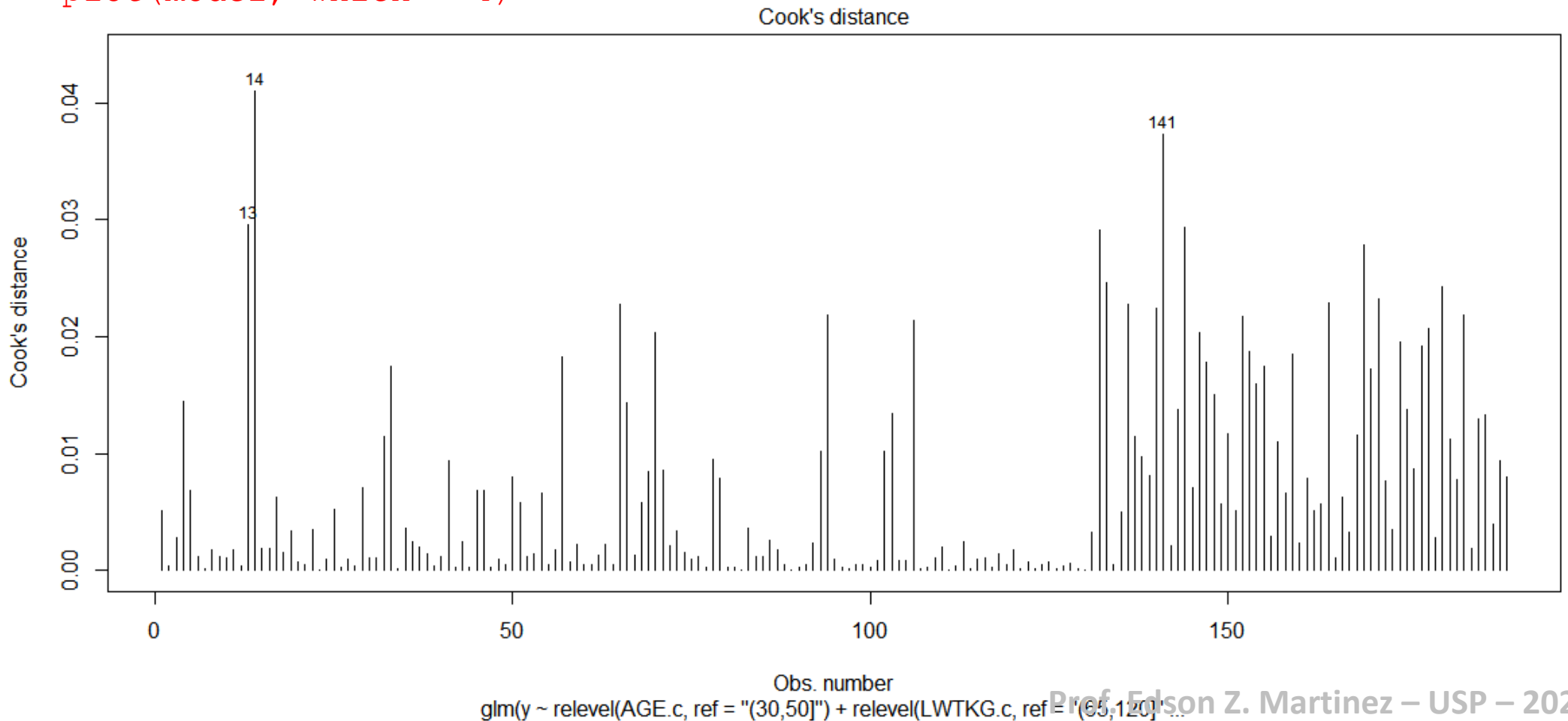
DISTANCIA DE COOK



COOK'S DISTANCE



```
> plot(model, which = 4)
```





FATOR DE INFLAÇÃO DA VARIÂNCIA GENERALIZADO (GFIV)



FACTOR DE INFLACIÓN DE LA VARIANZA GENERALIZADO (GFIV)



GENERALIZED VARIANCE INFLATION FACTOR (GVIF)



```
> car::vif(model)
```

	GVIF	Df	$GVIF^{(1/(2*Df))}$
relevel(AGE.c, ref = "(30,50]")	1.303540	3	1.045171
relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]")	1.370852	3	1.053979
factor(RACE)	1.615292	2	1.127360
SMOKE	1.447308	1	1.203041
UI	1.059388	1	1.029266
PTL.c	1.165686	1	1.079669
factor(FTV.c)	1.268134	2	1.061186
HT	1.135326	1	1.065517

Fox, J. and Monette, G. (1992) Generalized collinearity diagnostics. *JASA*, **87**, 178--183.



FATOR DE INFLAÇÃO DA VARIÂNCIA GENERALIZADO (GFIV)



FACTOR DE INFLACIÓN DE LA VARIANZA GENERALIZADO (GFIV)



GENERALIZED VARIANCE INFLATION FACTOR (GVIF)

Adjusted generalized standard error inflation factor (aGSIF)



```
> car::vif(model)
```

	GVIF	Df	$GVIF^{(1/(2 \cdot Df))}$
relevel(AGE.c, ref = "(30,50]")	1.303540	3	1.045171
relevel(LWTKG.c, ref = "(65,120]")	1.370852	3	1.053979
factor(RACE)	1.615292	2	1.127360
SMOKE	1.447308	1	1.203041
UI	1.059388	1	1.029266
PTL.c	1.165686	1	1.079669
factor(FTV.c)	1.268134	2	1.061186
HT	1.135326	1	1.065517

Fox, J. and Monette, G. (1992) Generalized collinearity diagnostics. *JASA*, **87**, 178--183.



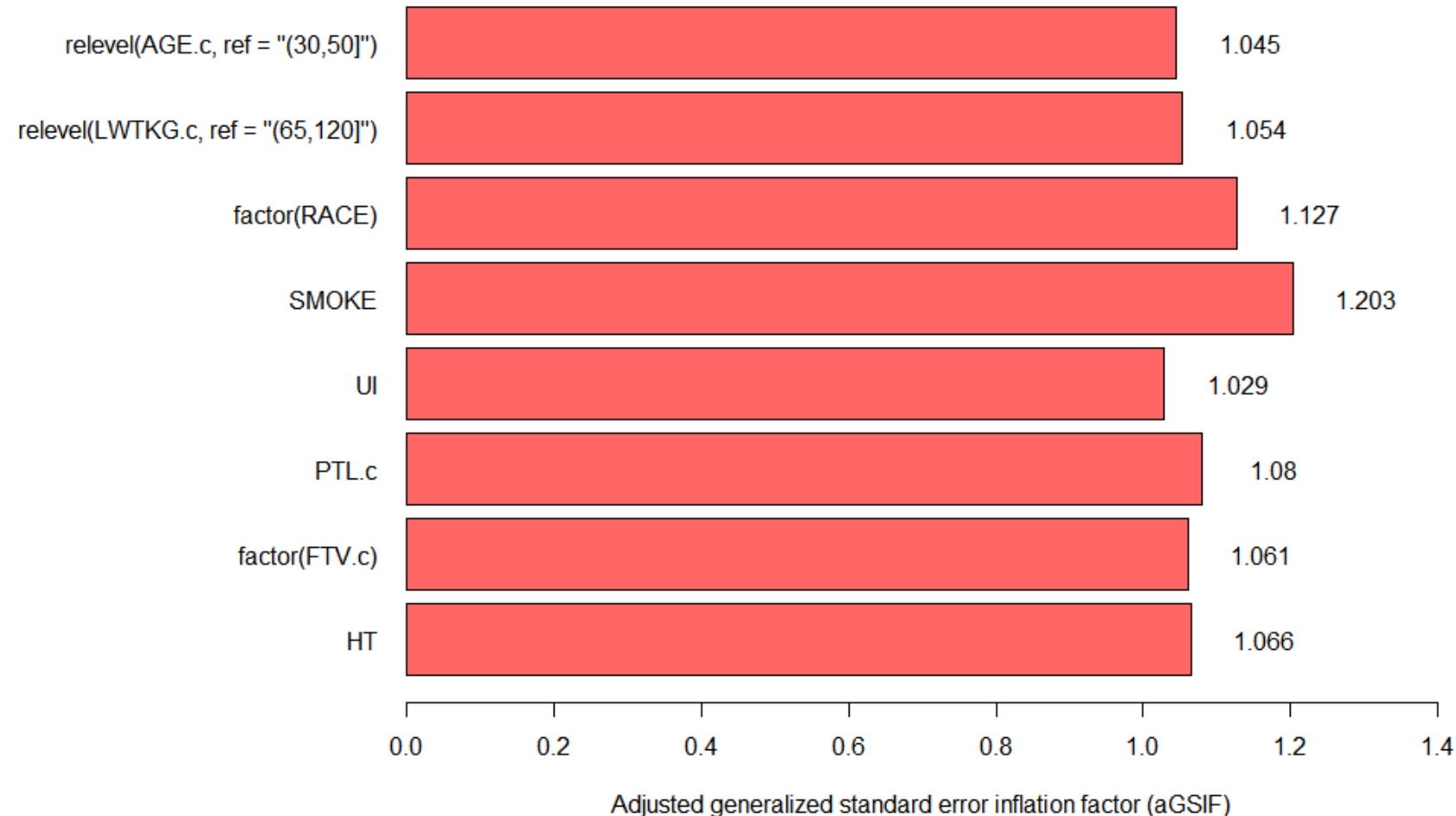
FATOR DE INFLAÇÃO DA VARIÂNCIA GENERALIZADO (GFIV)



FACTOR DE INFLACIÓN DE LA VARIANZA GENERALIZADO (GFIV)



GENERALIZED VARIANCE INFLATION FACTOR (GVIF)



	Total	Baixo peso ao nascer <i>n</i> (%)	OR bruto (IC 95%)	OR ajustado (IC 95%)
Idade da mãe				
mais de 30 anos	20	3 (15,0%)	Referência	Referência
26 a 30 anos	34	10 (29,4%)	3,19 (0,61 ; 11,71)	2,52 (0,53 ; 14,90)
20 a 25 anos	84	31 (36,9%)	3,31 (1,01 ; 15,00)	2,82 (0,70 ; 14,76)
até 19 anos	51	15 (29,4%)	2,36 (0,66 ; 11,17)	2,06 (0,46 ; 11,66)
Peso da mãe				
mais de 65 kg	44	10 (22,7%)	Referência	Referência
55 - 65	49	14 (28,6%)	1,36 (0,53 ; 3,55)	1,64 (0,57 ; 5,04)
50 - 55	43	10 (23,3%)	1,03 (0,37 ; 2,83)	1,17 (0,37 ; 3,75)
até 50 kg	53	25 (47,2%)	3,03 (1,27 ; 7,63)	3,06 (1,06 ; 9,53)
Cor da pele				
branca	96	23 (24,0%)	Referência	Referência
negra	26	11 (42,3%)	2,33 (0,93 ; 5,77)	3,31 (1,16 ; 9,58)
outra	67	25 (37,3%)	1,89 (0,95 ; 3,74)	2,11 (0,85 ; 5,38)
Tabagismo				
não	115	29 (25,2%)	Referência	Referência
sim	74	30 (40,5%)	2,02 (1,08 ; 3,78)	2,24 (0,98 ; 5,27)
Irritabilidade uterina				
não	161	45 (28,0%)	Referência	Referência
sim	28	14 (50,0%)	2,58 (1,13 ; 5,83)	1,97 (0,78 ; 4,98)
Partos prematuros				
não	159	41 (25,8%)	Referência	Referência
sim	30	18 (60,0%)	4,32 (1,92 ; 9,73)	3,38 (1,33 ; 8,96)
Visitas ao médico				
0	100	36 (36,0%)	Referência	Referência
1	47	11 (23,4%)	1,41 (0,64 ; 3,08)	0,68 (0,25 ; 1,72)
2 ou mais	42	12 (28,6%)	0,76 (0,29 ; 1,98)	1,19 (0,47 ; 2,96)
História de hipertensão				
não	177	52 (29,4%)	Referência	Referência
sim	12	7 (58,3%)	3,36 (1,02 ; 11,09)	4,83 (1,27 ; 19,96)



REGRESSÃO LOGÍSTICA CONDICIONAL



REGRESIÓN LOGÍSTICA CONDICIONAL



CONDITIONAL LOGISTIC REGRESSION



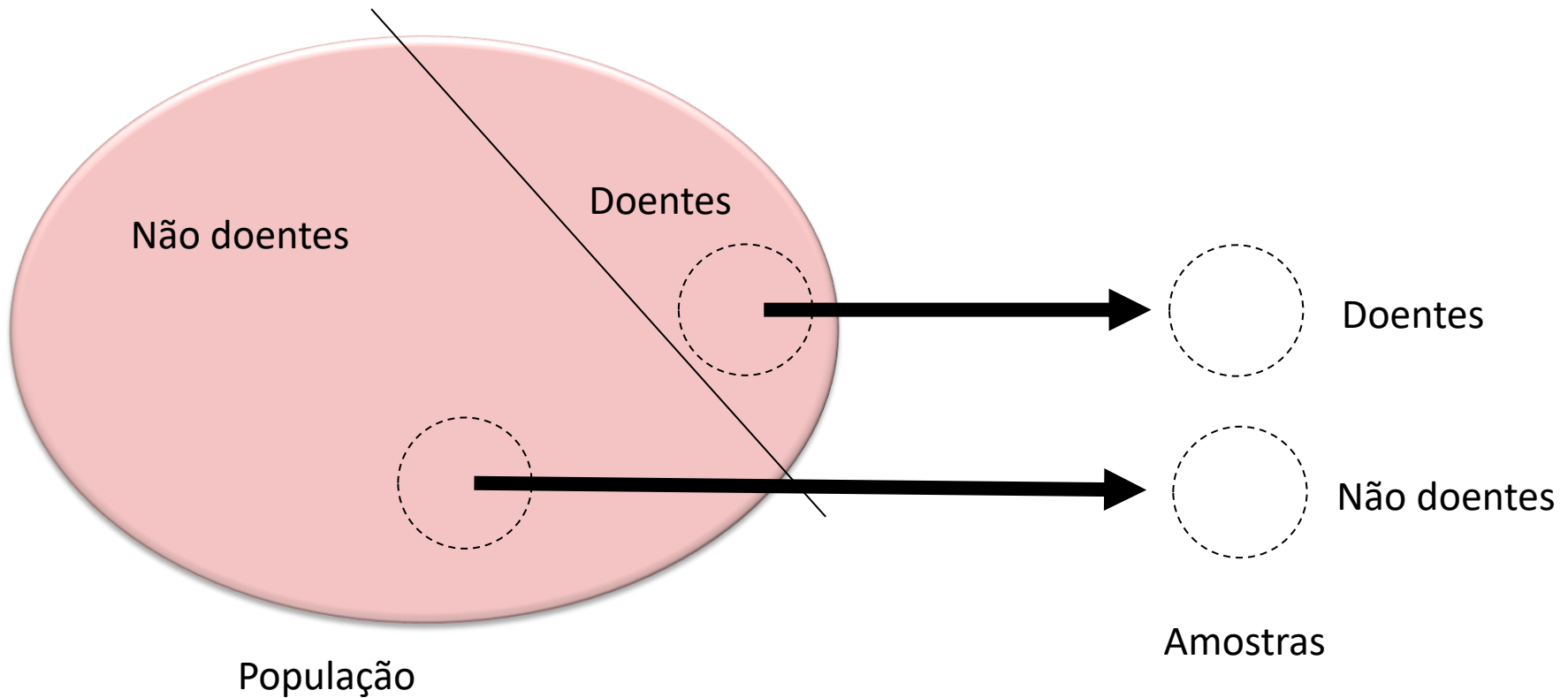
ESTUDOS CASO-CONTROLE



ESTUDIOS DE CASOS Y CONTROLES



CASE-CONTROL STUDIES





ESTUDOS CASO-CONTROLE NÃO PAREADOS



ESTUDIOS DE CASOS Y CONTROLES NO EMPAREJADOS



NON-PAIRED CASE-CONTROL STUDIES

Casos e controles são escolhidos de acordo com os mesmos critérios de inclusão, a não ser a doença em estudo.



Casos



Controles



ESTUDOS CASO-CONTROLE PAREADOS

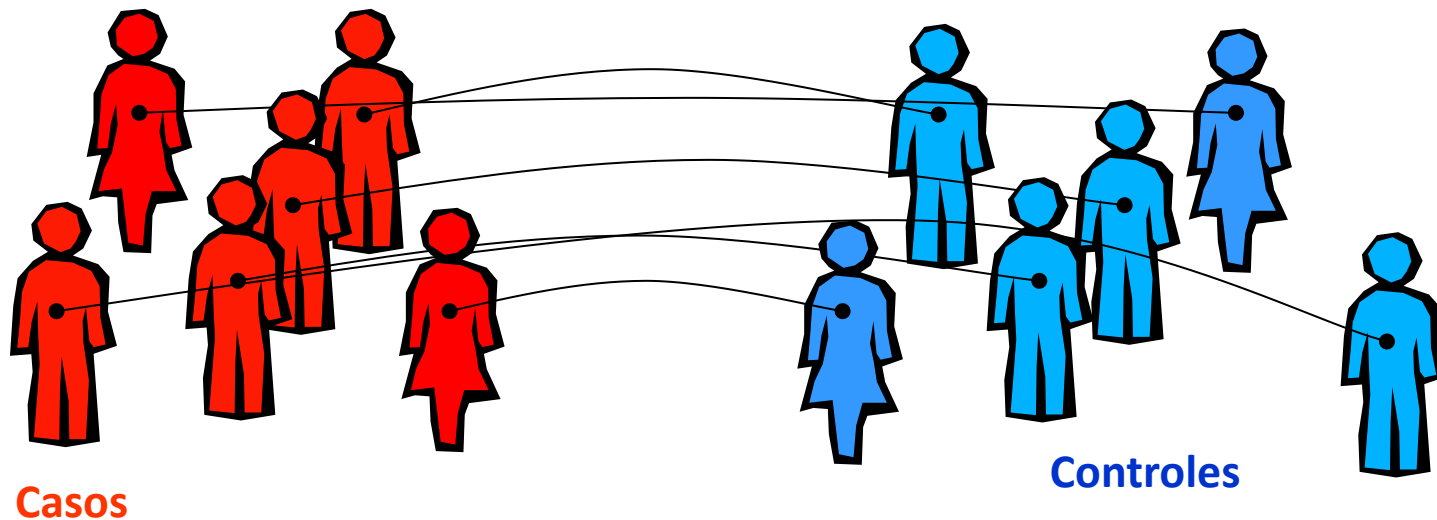


ESTUDIOS DE CASOS Y CONTROLES EMPAREJADOS



PAIRED CASE-CONTROL STUDIES

Para cada indivíduo portador da doença, é escolhido um controle com algumas características comuns (p.ex., sexo, idade).





ESTUDOS CASO-CONTROLE PAREADOS



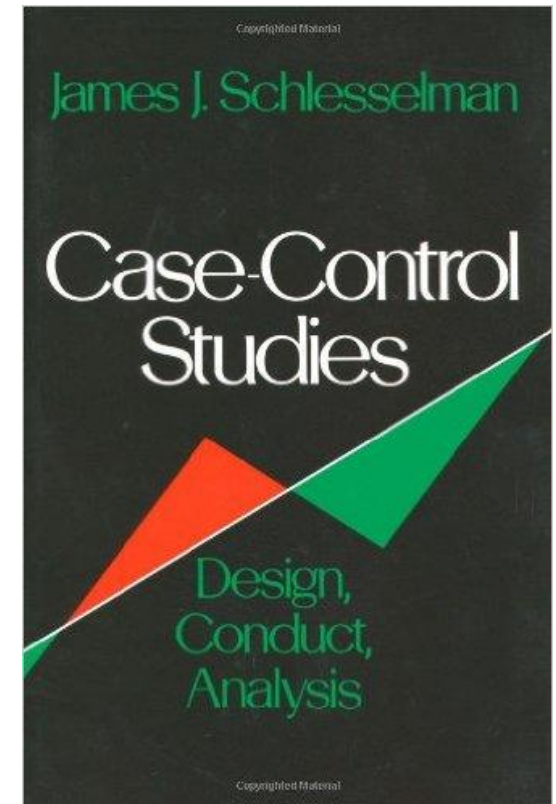
ESTUDIOS DE CASOS Y CONTROLES EMPAREJADOS



PAIRED CASE-CONTROL STUDIES

- If one matches cases and controls on a variable associated with the study exposure, an analysis that ignores the matching will yield a disease-exposure odds ratio that is biased toward unity. Thus, in some circumstances, unmatched analyses of matched data can spuriously diminish the estimate of an exposure's effect.*

(Schlesselman, 1982, p.137)





MODELOS DE REGRESSÃO LOGÍSTICA



ANÁLISIS DE REGRESIÓN LOGÍSTICA



LOGISTIC REGRESSION MODELS

Estudos caso-controle não pareados

- Regressão logística não condicional

Estudos caso-controle pareados

- Regressão logística condicional



EXEMPLO – LEE & WANG (2003)



EJEMPLO – LEE & WANG (2003)



EXAMPLE – LEE & WANG (2003)

Um estudo teve por objetivo avaliar o efeito da obesidade, do histórico familiar e de atividades físicas no desenvolvimento de diabetes não dependente de insulina.

Vinte e oito indivíduos diabéticos não dependentes de insulina (casos) foram emparelhados com 28 indivíduos não diabéticos (controles) pela idade e pelo sexo.

As variáveis independentes são:

- IMC: índice de massa corporal
- HF: histórico familiar de diabetes (0: ausente, 1: presente)
- ATF: atividade física (0: ausente, 1: presente)



EXEMPLO – LEE (1991)



EJEMPLO – LEE (1991)



EXAMPLE – LEE (1991)

	CASOS			CONTROLES		
Par	IMC	HF	ATF	IMC	HF	ATF
1	22,1	1	1	26,7	0	1
2	31,3	0	0	24,4	0	1
3	33,8	1	0	29,4	0	0
4	33,7	1	1	26,0	0	0
5	23,1	1	1	24,2	1	0
6	26,8	1	0	29,7	0	0
7	32,3	1	0	30,2	0	1
8	31,4	1	0	23,4	0	1
9	37,6	1	0	42,4	0	0
10	32,4	1	0	25,8	0	0
11	29,1	0	1	39,8	0	1
12	28,6	0	1	31,6	0	0
13	35,9	0	0	21,8	1	1
14	30,4	0	0	24,2	0	1

	CASOS			CONTROLES		
Par	IMC	HF	ATF	IMC	HF	ATF
15	39,8	0	0	27,8	1	1
16	43,3	1	0	37,5	1	1
17	32,5	0	0	27,9	1	1
18	30,3	0	0	31,3	0	1
19	32,5	1	0	34,5	1	1
20	32,5	1	0	25,4	0	1
21	21,6	1	1	27,0	1	1
22	24,4	0	1	31,1	0	0
23	46,7	1	0	27,3	0	1
24	28,6	1	1	24,0	0	0
25	29,7	0	0	33,5	0	0
26	29,6	0	1	20,7	0	0
27	34,8	1	0	30,0	0	1
28	37,3	1	0	26,5	0	0



REGRESSÃO LOGÍSTICA CONDICIONAL



REGRESIÓN LOGÍSTICA CONDICIONAL



CONDITIONAL LOGISTIC REGRESSION

- Seja uma única variável independente
- Seja uma amostra de tamanho n
- A função de verossimilhança é dada por

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^n \frac{\exp \left[\beta \left(x_i^{(1)} - x_i^{(2)} \right) \right]}{1 + \exp \left[\beta \left(x_i^{(1)} - x_i^{(2)} \right) \right]}$$

em que $x_i^{(1)}$ é uma observação da variável independente para os casos

e $x_i^{(2)}$ é uma observação da variável independente para os controle



REGRESSÃO LOGÍSTICA CONDICIONAL



REGRESIÓN LOGÍSTICA CONDICIONAL



CONDITIONAL LOGISTIC REGRESSION

Par	CASOS $x_i^{(1)}$	CONTROLES $x_i^{(2)}$	$x_i^{(1)} - x_i^{(2)}$
1	1	0	1
2	0	0	0
3	1	0	1
4	1	0	1
5	1	1	0
6	1	0	1
7	1	0	1
8	1	0	1
9	1	0	1
10	1	0	1
11	0	0	0
12	0	0	0
13	0	1	-1
...	...	...	...

Seja a variável independente histórico familiar (HF)

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^n \frac{\exp \left[\beta \left(x_i^{(1)} - x_i^{(2)} \right) \right]}{1 + \exp \left[\beta \left(x_i^{(1)} - x_i^{(2)} \right) \right]}$$

Notar que o modelo não considera um intercepto.



REGRESSÃO LOGÍSTICA CONDICIONAL



REGRESIÓN LOGÍSTICA CONDICIONAL



CONDITIONAL LOGISTIC REGRESSION

```
> # Pacote survival
> library(survival)
> w$y <- ifelse(w$grupo=="caso",1,0)
>
> # Modelo de regressão logística condicional simples
> summary(clogit(y ~ HF + strata(ID),data=w))
Call:
coxph(formula = Surv(rep(1, 56L), y) ~ HF + strata(ID), data = w,
      method = "exact")

n= 56, number of events= 28

      coef exp(coef) se(coef)      z Pr(>|z|)
HF 1.4663    4.3333   0.6405  2.289   0.0221 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

      exp(coef) exp(-coef) lower .95 upper .95
HF      4.333    0.2308    1.235    15.21

Concordance= 0.679 (se = 0.089 )
Likelihood ratio test= 6.74 on 1 df,  p=0.009
Wald test              = 5.24 on 1 df,  p=0.02
Score (logrank) test = 6.25 on 1 df,  p=0.01
```





ODDS RATIO, DADOS PAREADOS



RAZÓN DE MOMIOS, DATOS PAREADOS



ODDS RATIO, PAIRED DATA

	Casos HF presente	Casos HF ausente
Controles HF presente	4	3
Controles HF ausente	13	8

$$\widehat{OR} = \frac{13}{3} = 4,333$$



REGRESSÃO LOGÍSTICA MÚLTIPLA CONDICIONAL



REGRESIÓN LOGÍSTICA MÚLTIPLE CONDICIONAL



CONDITIONAL MULTIPLE LOGISTIC REGRESSION

- Sejam três variáveis independentes (IMC, HF e ATF)
- Seja uma amostra de tamanho n
- A função de verossimilhança é dada por

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^n \frac{\exp \left[\beta_1 \left(x_{1i}^{(1)} - x_{1i}^{(2)} \right) + \beta_2 \left(x_{2i}^{(1)} - x_{2i}^{(2)} \right) + \beta_3 \left(x_{3i}^{(1)} - x_{3i}^{(2)} \right) \right]}{1 + \exp \left[\beta_1 \left(x_{1i}^{(1)} - x_{1i}^{(2)} \right) + \beta_2 \left(x_{2i}^{(1)} - x_{2i}^{(2)} \right) + \beta_3 \left(x_{3i}^{(1)} - x_{3i}^{(2)} \right) \right]}$$

- Em que: β_1 é o efeito do IMC (x_1)
 β_2 é o efeito do HF (x_2)
 β_3 é o efeito da ATF (x_3)



REGRESSÃO LOGÍSTICA MÚLTIPLA CONDICIONAL



REGRESIÓN LOGÍSTICA MÚLTIPLE CONDICIONAL



CONDITIONAL MULTIPLE LOGISTIC REGRESSION

```
> # Modelo múltiplo
> summary(clogit(y ~ IMC + HF + ATF + strata(ID), data=w))
Call:
coxph(formula = Surv(rep(1, 56L), y) ~ IMC + HF + ATF + strata(ID),
      data = w, method = "exact")
```

```
n= 56, number of events= 28
```

	coef	exp(coef)	se(coef)	z	Pr(> z)
IMC	0.10506	1.11078	0.07516	1.398	0.1621
HF	1.69726	5.45900	0.77363	2.194	0.0282 *
ATF	-0.70066	0.49626	0.64657	-1.084	0.2785

```
---
```

```
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

	exp(coef)	exp(-coef)	lower .95	upper .95
IMC	1.1108	0.9003	0.9586	1.287
HF	5.4590	0.1832	1.1984	24.867
ATF	0.4963	2.0151	0.1397	1.762

```
Concordance= 0.75 (se = 0.116 )
```

```
Likelihood ratio test= 12.3 on 3 df, p=0.006
```

```
Wald test = 6.88 on 3 df, p=0.08
```

```
Score (logrank) test = 10.07 on 3 df, p=0.02
```





ANÁLISE NÃO PAREADA DE DADOS PAREADOS



ANÁLISIS SIN PAREAMIENTO DE DATOS EMPAREJADOS



UNMATCHED ANALYSES OF MATCHED DATA



```
data exemplo;  
input IMC HF ATF y;  
cards;  
22.1 1 1 1  
31.3 0 0 1  
33.8 1 0 1  
33.7 1 1 1  
...  
20.7 0 0 0  
29.2 1 1 0  
30.0 0 1 0  
26.5 0 0 0  
;;;  
proc logistic descending  
data=exemplo;  
model y = IMC HF ATF;  
run;
```



INADEQUADO!



ANÁLISE NÃO PAREADA DE DADOS PAREADOS



ANÁLISIS SIN PAREAMIENTO DE DATOS EMPAREJADOS



UNMATCHED ANALYSES OF MATCHED DATA



Analysis of Maximum Likelihood Estimates

Parameter	DF	Estimate	Standard Error	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept	1	-2.0970	1.7596	1.4204	0.2333
IMC	1	0.0669	0.0557	1.4432	0.2296
HF	1	1.1375	0.5787	3.8631	0.0494
ATF	1	-0.8608	0.5928	2.1088	0.1465

Odds Ratio Estimates and Profile-Likelihood Confidence Intervals

Effect	Unit	Estimate	95% Confidence Limits	
IMC	1.0000	1.069	0.962	1.200
HF	1.0000	3.119	1.029	10.171
ATF	1.0000	0.423	0.127	1.332



INADEQUADO!



ANÁLISE NÃO PAREADA DE DADOS PAREADOS



ANÁLISIS SIN PAREAMIENTO DE DATOS EMPAREJADOS



UNMATCHED ANALYSES OF MATCHED DATA

Regressão logística condicional

Efeito	<i>OR</i>	IC 95%	Valor <i>p</i>
β_1 (IMC)	1.111	(0.967 ; 1.313)	0.1621
β_2 (HF)	5.459	(1.433 ; 33.553)	0.0282
β_3 (ATF)	0.496	(0.126 ; 1.738)	0.2785



Regressão logística não condicional

Efeito	<i>OR</i>	IC 95%	Valor <i>p</i>
β_1 (IMC)	1.069	(0.962 ; 1.200)	0.2296
β_2 (HF)	3.119	(1.029 ; 10.171)	0.0494
β_3 (ATF)	0.423	(0.127 ; 1.332)	0.1465





EXEMPLO – MEDEIROS ET AL. (2003)



EJEMPLO – MEDEIROS ET AL. (2003)



EXAMPLE – MEDEIROS ET AL. (2003)

ARTIGOS ORIGINAIS / ORIGINAL ARTICLES

Estudo caso-controle sobre exposição precoce ao leite de vaca e ocorrência de Diabetes Mellitus tipo 1 em Campina Grande, Paraíba

Case-control study on early exposure to cow's milk and the occurrence of Diabetes Mellitus type 1 in Campina Grande in the State of Paraíba

Josimar dos Santos Medeiros ¹
Maria Amélia Amado Rivera ²
Maria José Cariri Benigna ³
Maria Aparecida Alves Cardoso ⁴
Maria José de Carvalho Costa ⁵

^{1,4} Departamento de Farmácia e Biologia. Centro de Ciências Biológicas e da Saúde. Universidade Estadual da Paraíba. Av. das Baraúnas, 351. Bodocongó. Campina Grande, PB, Brasil. CEP: 58.109-753

² Curso de Nutrição. Faculdade de Ciências Médicas da Paraíba. João Pessoa, PB

³ Departamento de Enfermagem. Centro de Ciências Biológicas e da Saúde. Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, PB

⁵ Departamento de Nutrição. Centro de Ciências da Saúde. Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa, PB



EXEMPLO – MEDEIROS ET AL. (2003)



EJEMPLO – MEDEIROS ET AL. (2003)



EXAMPLE – MEDEIROS ET AL. (2003)

Métodos

O estudo realizado foi do tipo caso-controle. A amostra foi constituída por 128 indivíduos de ambos os sexos, dos quais 64 eram portadores de Diabetes Mellitus tipo 1 (casos) e 64 indivíduos eram normais (controles). Os casos selecionados foram todos os diabéticos tipo 1 menores de 18 anos atendidos no ambulatório de endocrinologia do Hospital Universitário Alcides Carneiro da Universidade Federal da Paraíba, Campus II, em Campina Grande, Brasil, durante o ano de 1999. Os casos foram selecionados utilizando-se os seguintes critérios de inclusão: indivíduos de ambos os sexos portadores de Diabetes Mellitus tipo 1, com idade igual ou inferior a 18 anos na época do diagnóstico definitivo da doença, com residência em Campina Grande e possibilidade de participação da mãe (natural) durante a entrevista.

O grupo controle foi selecionado entre os vizinhos dos pacientes e emparelhados por idade, sexo e cor.

O instrumento utilizado para coleta de dados foi um formulário adaptado de Barros e Victora.¹⁶ O formulário foi testado, revisado e aperfeiçoado. A entrevista foi realizada com as mães dos pacientes e dos controles, que deram consentimento para participação na pesquisa. O formulário foi aplicado por um dos autores da pesquisa, que estava ciente do grupo a que a mãe dos participantes pertencia; portanto, para se evitar tendenciosidades na aferição das variáveis em estudo, o mesmo foi composto por 23 questões fechadas. Todos os cuidados foram tomados para que não houvesse diferença na abordagem de mães de casos e controles de modo a garantir a fidedignidade e evitar vícios de informação que pudessem comprometer a validade dos resultados.¹⁶



EXEMPLO – MEDEIROS ET AL. (2003)



EJEMPLO – MEDEIROS ET AL. (2003)



EXAMPLE – MEDEIROS ET AL. (2003)

Foram realizadas entrevistas com as mães de todos os indivíduos estudados para levantar dados relacionados com a identificação dos pacientes e seus pais, incluindo idade, cor, renda familiar e escolaridade materna. Foram também obtidas informações sobre antecedentes familiares, enfatizando história familiar de Diabetes Mellitus (tipos 1 ou 2), número de gestações da mãe, peso ao nascer e tipo de parto.

A exposição precoce ao leite de vaca foi avaliada por meio da variável relativa à duração do aleitamento materno exclusivo em dias. Foram considerados ex-

postos todos os indivíduos que consumiram leite de vaca antes dos quatro meses de idade. Com relação à história familiar de diabetes, foi verificado se os indivíduos estudados tinham qualquer parente em primeiro grau portador da doença.

Os dados foram processados utilizando-se o *software* Epi-info versão 6.04b. As análises univariadas e multivariadas, ajustando-se por escolaridade materna, renda familiar e peso ao nascer, e história familiar de Diabetes Mellitus, foram realizadas usando-se modelos de regressão logística condicional por meio do *software* Stata, versão 7.0.



EXEMPLO – MEDEIROS ET AL. (2003)

Tabela 6

Razões de chances não-ajustadas e ajustadas e seus respectivos intervalos de confiança 95%, comparando casos de Diabetes Mellitus e controles. Campina Grande, PB, 2000.

Características	RC (IC95%)	RCajust (IC95%)	p*
Amamentação exclusiva até 4 meses			0,01
Sim	1,00	1,00	
Não	3,17 (1,26 - 7,93)	4,09 (1,19 - 14,04)	
Escolaridade materna**			0,01
0 (Analfabeta)	1,00	1,00	
Até 4	0,33 (0,03 - 3,20)	0,11 (<0,01 - 1,93)	
Até 8	0,06 (<0,01 - 1,00)	0,02 (<0,01 - 0,69)	
Até 11	0,20 (0,01 - 3,66)	0,07 (<0,01 - 2,82)	
maior que 11	0,58 (0,02 - 15,3)	0,24 (<0,01 - 11,9)	
Renda familiar***	0,66 (0,44 - 1,01)	0,68 (0,41 - 1,13)	0,13
Peso ao nascer***	1,00 (0,99 - 1,00)	0,99 (0,99 - 1,00)	0,65
História familiar de diabetes			0,07
Não	1,00	1,00	
Sim	2,22 (1,01 - 4,92)	2,57 (0,85 - 7,73)	

* Teste da razão de verossimilhança; ** Em anos de estudo; *** Variável contínua



SELEÇÃO DE VARIÁVEIS



SELECCIÓN DE VARIABLES



VARIABLE SELECTION



SELEÇÃO DE VARIÁVEIS



SELECCIÓN DE VARIABLES



VARIABLE SELECTION



Estratégia usual (porém inadequada): selecionar para compor um modelo múltiplo as variáveis independentes que mostrarem evidência de associação com a dependente em um modelo univariado, considerando um valor-p menor que 0,10 ou 0,20. Críticas:

Sun, G. W., Shook, T. L., & Kay, G. L. (1996). Inappropriate use of bivariable analysis to screen risk factors for use in multivariable analysis. *Journal of Clinical Epidemiology*, 49(8), 907-916.

Heinze, G., Wallisch, C., & Dunkler, D. (2018). Variable selection - a review and recommendations for the practicing statistician. *Biometrical Journal*, 60(3), 431-449.

Heinze, G., & Dunkler, D. (2017). Five myths about variable selection. *Transplant International*, 30, 6-10.

Greenland, S. (1989). Modeling and variable selection in epidemiologic analysis. *American Journal of Public Health*, 79(3), 340-349.



SELEÇÃO DE VARIÁVEIS



SELECCIÓN DE VARIABLES



VARIABLE SELECTION



Estratégia usual (porém inadequada): seleção *stepwise*. Críticas:

Malek, M. H., Berger, D. E., & Coburn, J. W. (2007). On the inappropriateness of stepwise regression analysis for model building and testing. *European Journal of Applied Physiology*, 101(2), 263-264.

Sainani, K. L. (2013). Multivariate regression: the pitfalls of automated variable selection. *PM&R*, 5(9), 791-794.

Smith, G. (2018). Step away from stepwise. *Journal of Big Data*, 5(1), 1-12.

Flom, P. (2018). Stopping stepwise: Why stepwise selection is bad and what you should use instead. Available at: <https://towardsdatascience.com/stopping-stepwise-why-stepwise-selection-is-bad-and-what-you-should-use-instead-90818b3f52df>



SELEÇÃO DE VARIÁVEIS



SELECCIÓN DE VARIABLES



VARIABLE SELECTION



Estratégias válidas:

- Entender a função de cada variável no estudo (confundimento, moderação, mediação, causa remota)
- Entender as estruturas de associação (cadeia, garfo, garfo invertido)
- Gráficos acíclicos direcionados (DAG)
- Modelos de equações estruturais
- Modelos LASSO



REFERÊNCIAS



REFERENCIAS



REFERENCES

Hosmer Jr, D. W., Lemeshow, S., & Sturdivant, R. X. (2013). *Applied Logistic Regression*. John Wiley & Sons.

Lee, E. T., & Wang, J. W. (2003). *Statistical Methods for Survival Data Analysis*, Third Edition. John Wiley, New York.

Medeiros, J. D. S., Rivera, M. A. A., Benigna, M. J. C., Cardoso, M. A. A., & Costa, M. J. D. C. (2003). Estudo caso-controle sobre exposição precoce ao leite de vaca e ocorrência de Diabetes Mellitus tipo 1 em Campina Grande, Paraíba. *Rev. Bras. Saúde Matern. Infant*, 3(3), 271-280.

Pagano, M., & Gauvreau, K. (2004). *Princípios de Bioestatística*. Thomson Learning.

Roberts, W. F., Perry, K. G., Naef, R. W., Washburne, J. F., & Morrison, J. C. (1995). The irritable uterus: a risk factor for preterm birth?. *American Journal of Obstetrics and Gynecology*, 172(1), 138-142.

Schlesselman, J. J. (1982). *Case-control studies: design, conduct, analysis*. Oxford University Press.



MODELOS DE REGRESSÃO LOGÍSTICA



ANÁLISIS DE REGRESIÓN LOGÍSTICA



LOGISTIC REGRESSION MODELS

Prof. Edson Zangiacomi Martinez

Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto

Universidade de São Paulo (USP)

Ribeirão Preto, Brasil

edson@fmrp.usp.br